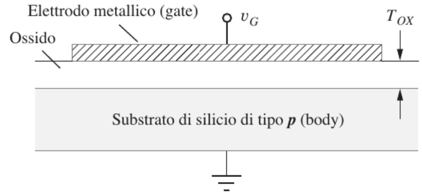
1 Transistore MOS

1.1 Condensatore MOS

Condensatore con: Metallo (elettrodo indicato con G, gate), Ossido (SiO_2, che fa da dielettrico), Silicio (elettrodo indicato con B, bulk o body o substrato); da cui MOS.



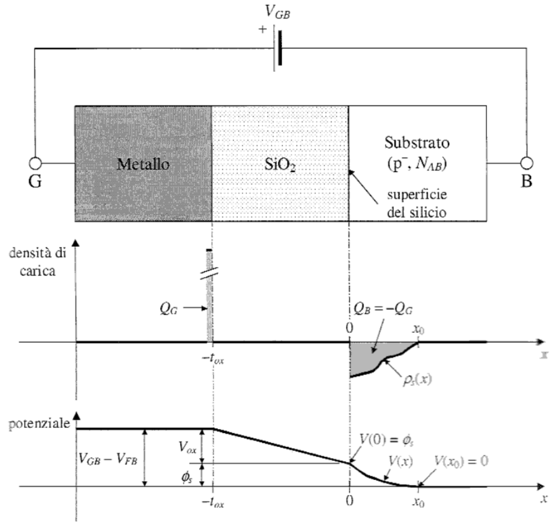
1.2 Potenziale di banda piatta

Cortocircuitiamo i terminali del condensatore, connettendo G e B. Allora dal lato del Met-Ox si accumuleranno cariche positive, mentre dal lato Ox-Si cariche negative. La tensione da applicare per annullare la carica sull'interfaccia è detta tensione di banda piatta (flat band):

$$V_{\text{FB}} = -\Phi_G - V_T \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) - \frac{Q_{\text{ox}}}{C_{\text{ox}}}, \quad C_{\text{ox}} = \frac{\varepsilon_{\text{ox}}}{t_{\text{ox}}}$$

dove Φ_G dipende dal Metallo (potenziale intrinseco del metallo), t_{ox} è lo spessore dell'ossido, $\varepsilon_{\text{ox}} = 1/3\varepsilon_{\text{si}}$ la costante dielettrica, C_{ox} la capacità dell'ossido, Q_{ox} la carica accumulata all'interfaccia dell'Ox.

1.3 Effetto della tensione V_{GB} nel condensatore MOS



L'applicazione di una V_{GB} diversa da V_{FB} genera un accumulo di cariche nelle regioni ai lati dell'Ox, su cui si sviluppa una carica Q_{ox} e una tensione V_{ox}, per la quale vale che

$V_{\text{ox}} \neq V_{\text{GB}}$ in generale $\qquad V_{\text{ox}} = 0 \iff V_{\text{GB}} = V_{\text{FB}} \qquad V_{\text{GB}} \uparrow \implies V_{\text{ox}} \uparrow$

Detta Q_G (g da Gate) la carica indotta nel Met e Q_B (b da Bulk) la carica indotta nel Silicio si ha

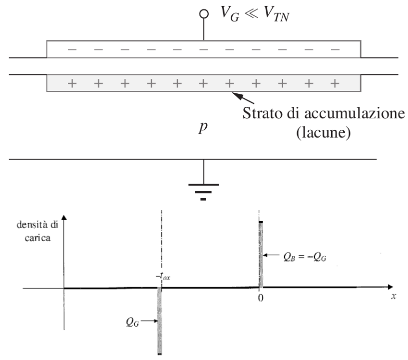
$$Q_G = -Q_B = C_{\text{ox}} V_{\text{ox}} \implies Q_G > 0, Q_B < 0$$

Il potenziale φ_S è detto potenziale di superficie e rappresenta il valore del potenziale alla superficie del semiconduttore, cioè $\varphi_S = V(0) = V_{\text{si}}$ anche. Si arriva quindi alla legge fondamentale

$$V_{\text{GB}} - V_{\text{FB}} = \varphi_S + V_{\text{ox}} \implies V_{\text{GB}} - V_{\text{FB}} = \varphi_S + \frac{Q_G}{C_{\text{ox}}} = \varphi_S + \frac{-Q_B}{C_{\text{ox}}}$$

Al variare di V_{GB} ci sono varie regioni di funzionamento.

1.4 Regione in accumulazione



Si ha quando $V_{\text{GB}} < V_{\text{FB}} \iff V_{\text{GB}} \ll V_{\text{TH0}} \iff \varphi_S < 0$ (che approssimeremo con $\varphi_S = 0$). In questo contesto

$$\varphi_S = V(0) = V_{\text{si}} = 0 \implies V_{\text{GB}} - V_{\text{FB}} = \frac{Q_G}{C_{\text{ox}}} = \frac{-Q_B}{C_{\text{ox}}}$$

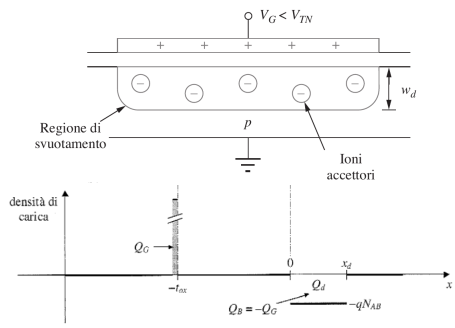
e Q_G e Q_B sono delta di Dirac concentrate in N_A e $-N_A$. Se servisse $p(0)$ vale la legge di azione di massa

$$p(0) = \frac{n_i^2}{n(0)} = N_A e^{-\varphi_S/V_T}$$

1.5 Regione in svuotamento (depletion)

Si ha quando $V_{\text{GB}} > V_{\text{FB}}$ (ma solo superiore di poco) $\iff 0 < \varphi_S < \varphi_F \iff V_{\text{GB}} < V_{\text{TH0}}$. All'aumentare della tensione V_{GB} le lacune vengono progressivamente respinte dalla superficie e lasciano una regione svuotata, ma comunque $p(0) > n(0)$. Definiamo quindi Q_d (d da dep) la carica di svuotamento

$$Q_d = Q_{\text{dep}} = -qN_A x_{\text{dep}} \quad Q_d = Q_B = -Q_G$$



ma in questa regione Q_c è circa zero, quindi $Q_B = Q_d$. E ora ricaviamo le relazioni per campo elettrico e potenziale

$$E(x) = \frac{-qN_A}{\varepsilon_{\text{si}}}(x - x_{\text{dep}}) \quad V(x) = \frac{qN_A}{\varepsilon_{\text{si}}}(x - x_{\text{dep}})^2$$

l'ampiezza della regione svuotata, x_{dep} (da cui Q_d)

$$x_{\text{dep}} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_{\text{si}}}{q}\frac{1}{N_A}\varphi_S} \implies Q_d = -qN_A x_{\text{dep}} = -\sqrt{2q\varepsilon_{\text{si}} N_A \varphi_S}$$

Si può poi sostituire Q_d nella relazione fondamentale ($V_{\text{GB}} - V_{\text{FB}} = $ ecc) e si ricava un'eqz da cui trovare φ_S. Sennò comunque è collegata a x_{dep}, per cui se si conosce uno o l'altro si può passare da

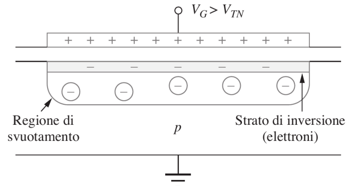
$$\varphi_S = V(0) = \frac{qN_A}{2\varepsilon_{\text{si}}} x_{\text{dep}}^2$$

1.6 Regione in inversione

Si ha quando si aumenta ancora V_{GB}, cioè $V_{\text{GB}} \gg V_{\text{FB}} \iff V_{\text{GB}} > V_{\text{TH0}}$. Ora oltre alla repulsione di lacune si osserva un avvicinamento di elettroni, che contribuiscono a Q_B sommandosi a Q_d, e ora $p(0) < n(0)$. La loro carica la chiameremo Q_c (c da canale), quindi

$$Q_B = Q_d + Q_c \quad Q_c \propto n(0) = n(x_{\text{dep}})e^{\varphi_S/V_T} = \frac{n_i^2}{N_A}e^{\varphi_S/V_T}$$

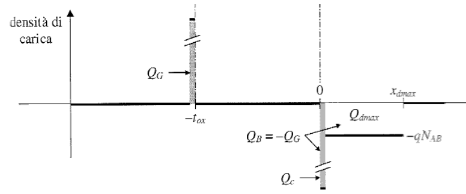
Il contributo di Q_c su Q_B dipende da φ_S. Definendo



$$\varphi_F = V_T \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right)$$

si nota che

$$\varphi_s = \varphi_F \iff n(0) = n_i \qquad \varphi_s = 2\varphi_F \iff n(0) = N_A$$



da cui si specificano le regioni di funzionamento ("trascurabile" è inteso come contributo nel calcolo di Q_B):

- $\varphi_S < 0 \rightsquigarrow$ accumulazione
- $0 < \varphi_S < \varphi_F \rightsquigarrow$ svuotamento
- $\varphi_F < \varphi_S < 2\varphi_F \rightsquigarrow$ debole inversione : $Q_c = 0$ trascurabile, $\implies Q_B = Q_d$
- $\varphi_S > 2\varphi_F \rightsquigarrow$ forte inversione : $Q_c > 0$ non più trascurabile, $\implies Q_B = Q_d + Q_c$

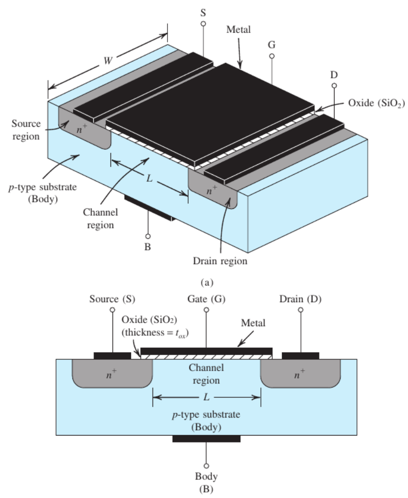
Con "soglia" si intende quando $\varphi_S = 2\varphi_F + V_c$, e V_c è sempre da contare quando le regioni sono polarizzate (cioè quando $V_S = V_D \neq 0$, sono loro $= V_c$).

1.6.1 Regione di forte inversione

Siamo nel caso $\varphi_S > 2\varphi_F$. Ora φ_S si può comunque sempre approssimare a $\varphi_S = 2\varphi_F$, quindi Q_d resta di fatto costante mentre Q_B aumenta ma quindi per il solo effetto di Q_c. La x_{dep} e Q_d si estendono fino a valori massimi

$$x_{\text{dep}}^{\max} = \sqrt{\frac{4\varepsilon_{\text{si}}\varphi_F}{qN_A}} \quad Q_d^{\max} = -\sqrt{4q\varepsilon_{\text{si}}N_A\varphi_F}$$

che vista



La relazione fondamentale si riscrive quindi in (perché $Q_B = Q_d + Q_c$)

$$V_{\text{GB}} - V_{\text{FB}} = \varphi_S - \frac{Q_B}{C_{\text{ox}}} = \varphi_S - \frac{Q_d + Q_c}{C_{\text{ox}}} = \varphi_S + \frac{\sqrt{2q\varepsilon_{\text{si}}N_A\varphi_s}}{C_{\text{ox}}} - \frac{Q_c}{C_{\text{ox}}}$$

questa formula generale si riduce a seconda dei due casi:

$$\text{debole inv. } (Q_B = Q_d)\text{: } V_{\text{GB}} - V_{\text{FB}} = \varphi_S - \frac{Q_d}{C_{\text{ox}}} = \varphi_S + \frac{\sqrt{2q\varepsilon_{\text{si}}N_A\varphi_s}}{C_{\text{ox}}}$$

$$\text{forte inv. } (Q_B = Q_d^{\max} + Q_c)\text{: } V_{\text{GB}} - V_{\text{FB}} = 2\varphi_F - \frac{Q_d^{\max} + Q_c}{C_{\text{ox}}} = 2\varphi_F + \frac{\sqrt{4q\varepsilon_{\text{si}}N_A\varphi_F}}{C_{\text{ox}}} - \frac{Q_c}{C_{\text{ox}}}$$

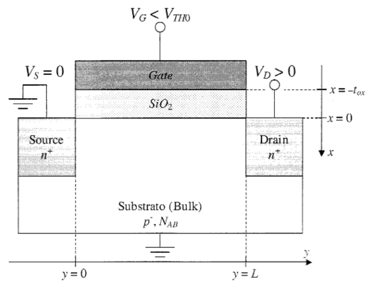
Dunque considereremo la carica Q_c presente solo in regione di forte inversione, e in tal caso si sviluppa quindi un canale di elettroni.

1.7 Tensione di soglia

Definiamo tensione di soglia V_{TH0} la tensione da applicare in un condensatore MOS affinché si formi il canale $\iff$ la V_{GB} minima per generare Q_c non trascurabile $\iff$ V_{GB} per arrivare in forte inversione. Definendo γ coefficiente di body si riscrive la relazione fondamentale in (da cui V_{TH0} e la carica di canale)

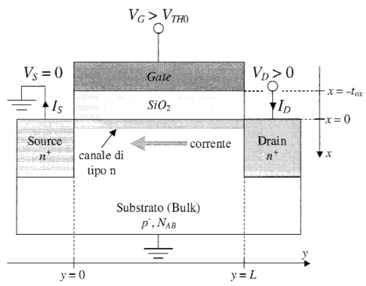
$$\gamma = \frac{\sqrt{2q\varepsilon_{\text{si}}N_A}}{C_{\text{ox}}} \implies V_{\text{GB}} - V_{\text{FB}} = 2\varphi_F + \gamma\sqrt{2\varphi_F} - \frac{Q_c}{C_{\text{ox}}} \rightsquigarrow V_{\text{TH0}} = V_{\text{FB}} + 2\varphi_F + \gamma\sqrt{2\varphi_F} \quad -Q_c = C_{\text{ox}}(V_{\text{GB}} - V_{\text{TH0}})$$

1.8 Il transistore MOS



Dispositivo con quattro terminali: Gate, Source, Drain, Bulk (con Si^p se NMOS), ma di fatto ne ha tre perché B sarà sempre a terra: $V_B = 0$ (in modo da avere diodi antiparalleli tra il Si e le regioni diffuse), e indichiamo V_G, V_S, V_D le altre tensioni (o le equivalenti $V_{\text{GB}}, V_{SB}, V_{DB}$ ricordando $V_{XY} = V_X - V_Y$ e che tanto $V_B = 0$).

- Se $V_G < V_{\text{TH0}}$ non scorre corrente in nessun terminale
- Se $V_G > V_{\text{TH0}}$ (quindi si va nella regione di inversione) si crea il canale di elettroni tra S e D, e applicando una $V_{\text{DS}} = |_{V_S=0} V_D > 0$ si riesce a far scorrere corrente. Nel caso di forte inversione (V_c è la tensione nel canale, sarebbe $V_c(y)$)



$$\varphi_S = 2\varphi_F + V_c \implies x_{\text{dep}}^{\max} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_{\text{si}}(2\varphi_F + V_c)}{qN_A}} \quad Q_d^{\max} = -\sqrt{2q\varepsilon_{\text{si}}N_A(2\varphi_F + V_c)}$$

$$V_c = V_c(y) = \begin{cases} V_c(0) = V_S \\ V_c(L) = V_D \end{cases} \qquad V_{\text{GB}} - V_{\text{FB}} = (2\varphi_F + V_c) + \gamma\sqrt{2\varphi_F + V_c} - \frac{Q_c}{C_{\text{ox}}}$$

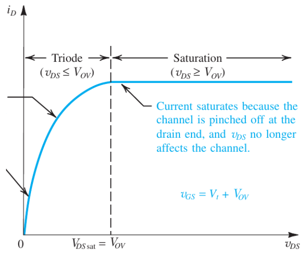
(possibile approx: $V_c = V_S = V_{\text{SB}}$) La V_c modifica anche l'identificazione delle regioni di funzionamento: al posto di φ_S si dovranno valutare le disuguaglianze con $\varphi_S - V_c$. E allo stesso modo le altre relazioni (come quelle per n_0 e p_0). Comunque, definiamo ora V_{TH} la tensione di soglia del transistore MOS

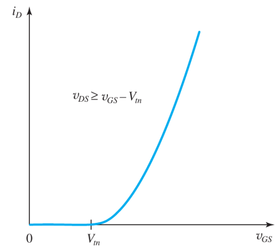
$$V_{\text{TH}} = V_{\text{FB}} + 2\varphi_F + \gamma\sqrt{2\varphi_F + V_{\text{SB}}} = V_{\text{TH0}} + \gamma\left(\sqrt{2\varphi_F + V_{\text{SB}}} - \sqrt{2\varphi_F}\right)$$

$$\implies Q_c(y) = -C_{\text{ox}}(V_G - V_{\text{TH}} - V_c(y)) \quad (\text{se } V_G - V_{\text{TH}} - V_c > 0\text{; 0 altrimenti})$$

1.8.1 Relazioni Corrente - Tensione: $I_D = I_D(V_{\text{DS}})$

Regioni di funzionamento del dispositivo:





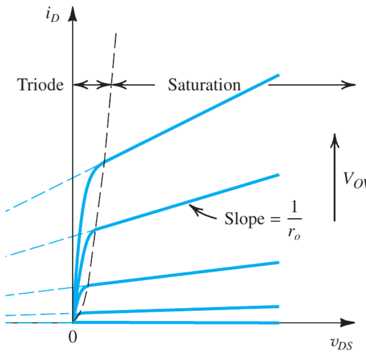
- Interdizione $\iff$ $V_{\text{GS}} < V_{\text{TH}} (\implies V_{GD} < V_{\text{TH}})$
  Qui $I_D = 0, Q_c(y) = 0 \; \forall y$
- Triodo $\iff$ $V_{\text{GS}} > V_{\text{TH}}, V_{GD} > V_{\text{TH}} \; (V_{GD} = V_{\text{GS}} - V_{\text{DS}})$
  Qui $I_D \neq 0, Q_c(y) \neq 0 \; \forall y$ e il canale esiste e ha lunghezza L
- Saturazione $\iff$ $V_{\text{GS}} > V_{\text{TH}}, V_{GD} < V_{\text{TH}}$.
  Qui $I_D \neq 0, Q_c(0) \neq 0, Q_c(L) = 0$ e il canale esiste ma ha lunghezza L'

Dai calcoli si ricava

- Per piccole V_{DS} il comportamento è da resistore

$$-Q_{\text{tot}} = -Q_c W L, \quad I_D = \frac{-Q_{\text{tot}}}{\tau_{\text{tr}}} = \frac{WL(V_{\text{GS}} - V_{\text{TH}})C_{\text{ox}}}{\tau_{\text{tr}}}, \quad \tau_{\text{tr}} = \frac{L^2}{\mu_n V_{\text{DS}}}$$

$$\implies I_D(V_{\text{DS}}) = \mu_n C_{\text{ox}} \frac{W}{L} (V_{\text{GS}} - V_{\text{TH}}) V_{\text{DS}} = \frac{1}{R_{\text{MOS}}} V_{\text{DS}}$$

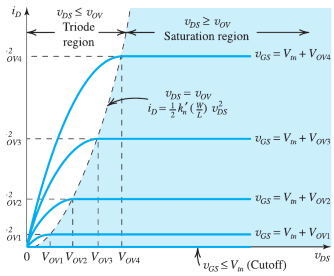


- All'aumentare di V_{DS} si ha un andamento a parabola, e l'andamento vero è dato da

$$I_D(V_{\text{DS}}) = \mu_n C_{\text{ox}} \frac{W}{L} \left[(V_{\text{GS}} - V_{\text{TH}}) V_{\text{DS}} - \frac{1}{2} V_{\text{DS}}^2 \right]$$

  parabola con vertice in $V_{\text{DS}}^{\text{sat}}, I_D^{\text{sat}}$:

$$V_{\text{DS}}^{\text{sat}} = V_{\text{GS}} - V_{\text{TH}} \quad I_D^{\text{sat}} = \frac{1}{2} \mu_n C_{\text{ox}} \frac{W}{L} (\underbrace{V_{\text{GS}} - V_{\text{TH}}}_{V_{\text{DS}}^{\text{sat}}})^2$$



  al punto di saturazione V_{DS} è tale che rende $Q_c(L) = 0$, perché $V_{\text{DS}} \uparrow \implies$ il canale si fa più pendente. Lo strozzamento del canale in cui la carica si annulla è detto pinch-off. Se $V_{\text{DS}} \uparrow$ oltre $V_{\text{DS}}^{\text{sat}} \implies L \searrow L'$

- In realtà in saturazione la pendenza aumenta un po' comunque.
  Definendo λ coefficiente di modulazione della lunghezza di canale si ha la correzione

$$I_D(V_{\text{DS}}) = \frac{1}{2} \mu_n C_{\text{ox}} \frac{W}{L} (V_{\text{GS}} - V_{\text{TH}})^2 [1 + \lambda (V_{\text{DS}} - V_{\text{DS}}^{\text{sat}})] \approx \frac{1}{2} \mu_n C_{\text{ox}} \frac{W}{L} (V_{\text{GS}} - V_{\text{TH}})^2 (1 + \lambda V_{\text{DS}}) \quad \lambda = -\frac{1}{L} \frac{d}{dV_{\text{DS}}} L$$

1.8.2 Relazioni Corrente - Tensione: $I_D = I_D(V_{\mathbf{GS}})$

$$I_D(V_{\text{GS}}) = \frac{1}{2} \mu_n C_{\text{ox}} \frac{W}{L'} (V_{\text{GS}} - V_{\text{TH}})^2, \quad L' = L'(V_{\text{DS}})$$

1.9 Effetti capacitivi

Detta C_{GC} la capacità tra gate e canale si ha

$$C_{GC}\Big|_{\text{triodo}} = C_{\text{ox}} W L, \quad C_{GC}\Big|_{\text{sat}} = \frac{2}{3} C_{\text{ox}} W L \rightsquigarrow I_D = -\frac{\overline{Q}_C}{\tau_{\text{tr}}} = \frac{\frac{2}{3} C_{\text{ox}} W L (V_{\text{GS}} - V_{\text{TH}})^2}{\frac{4}{3} \frac{L^2}{\mu_n (V_{\text{GS}} - V_{\text{TH}})}}$$

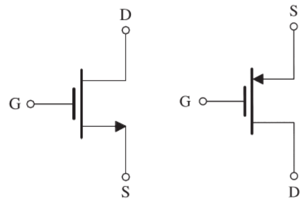
In regime di svuotamento invece si parla di C_{GB}, capacità tra gate e bulk

$$C_{\text{GB}} = \frac{C_{\text{ox}} C_{\text{dep}}}{C_{\text{ox}} + C_{\text{dep}}}, \quad C_{\text{ox}} = \frac{\varepsilon_{ox}}{t_{\text{ox}}} \quad C_{\text{dep}} = \frac{\varepsilon_{si}}{x_{\text{dep}}}$$

2 Analisi Circuitale dei Transistori

Ricordando la convenzione: V_{XY} è la tensione che va da Y a X e $V_{XY} = V_X - V_Y$.
Quindi per esempio V_{GS} va da S a G. Condizioni dei transistori:

Un NMOS e un PMOS.



Transistore NMOS. Acceso: $V_{\text{GS}} > V_{\text{TH}} > 0$, in sat: $V_{\text{DS}} > V_{\text{GS}} - V_{\text{TH}} \iff V_{GD} < V_{\text{TH}}$
Per riconoscerlo, deve avere la corrente che scorre entrante verso S, e S deve essere più in basso di D (perché $V_D > V_S$ nell'NMOS).
Transistore PMOS. Acceso: $V_{\text{GS}} < V_{\text{TH}} < 0$, in sat: $V_{\text{DS}} < V_{\text{GS}} - V_{\text{TH}} \iff V_{GD} > V_{\text{TH}}$
Per riconoscerlo, deve avere la corrente che scorre uscente da S, e S deve essere più in alto di D (perché $V_S > V_D$ nel PMOS).

2.1 Risoluzione circuiti

Scrittura variabili: "totale = polarizzazione + piccolo segnale" $\iff v_{\text{DS}} = V_{\text{DS}} + v_{\text{ds}}$
Polarizzazione. In questa fase indichiamo le variabili come $V_{\text{DS}}, V_{\text{GS}}, I_D, \ldots$ E si risolve un circuito con

- solo i grandi generatori accesi (quelli di piccolo segnali spenti) perché si vuole trovare il pto di lavoro
- condensatori spenti (diventano ca) perché lavoriamo a frequenza $f = 0$
- MOS così come sono, non si modificano

Si inizia supponendo i MOS siano in saturazione, e si ricava V_{GS} o I_D in qualche modo: trovando un'eqz (tipo una KVL) che lo contenga; dalla corrente nel MOS scritta in sua funzione, $I_D^{\text{sat}} = \frac{1}{2} \mu_{n||p} C_{\text{ox}} \frac{W}{L} (V_{\text{GS}} - V_{\text{TH}})^2$; da partitori; ecc. E nel caso di eqz quadratica si sceglie il valore che rispetta le condizioni sopra (sul MOS acceso). Poi nota una o l'altra calcoliamo le altre tensioni/varibili utili a verificare la validità dell'ipotesi di saturazione. E se l'hp è soddisfatta si prosegue oltre; se non lo è: si scrive un'altra eqz che lega V_{GS} alla corrente ma la si risolve scrivendo tale corrente nella sua forma completa, quella nella regione di triodo, $I_D = \mu_n C_{\text{ox}} \frac{W}{L}\left[(V_{\text{GS}} - V_{\text{TH}})V_{\text{DS}} - \frac{1}{2}V_{\text{DS}}^2\right]$. Una volta finito si calcolano i parametri di piccolo segnale:

$$g_n = \left|\frac{2I_D}{V_{\text{GS}} - V_{\text{TH}}}\right| \qquad r_0 = \left|\frac{1}{\lambda I_D}\right| \qquad g_{nb} = \frac{g_n \gamma/2}{\sqrt{2\varphi_F + V_{\text{SB}}}}$$

Cioè la conduttanza g_n, che può variare per i vari transistori (e avremo g_{n_1}, g_{n_2}, ecc); la resistenza r_0 se il testo dà λ nei dati, sennò la si trascura; e infine se servisse anche la conduttanza g_{nb}.

Piccolo segnale. In questa fase indichiamo le variabili come $v_{\text{ds}}, v_{\text{gs}}, i_d, \ldots$ L'obiettivo qui è trovare la fdt $v_{\text{out}}/v_{\text{in}}$. E si risolve un circuito con

- solo i generatori di segnale accesi, tutti gli altri grandi (compresi quelli delle linee di alimentazione) spenti
- condensatori presenti
- MOS (N e P) convertiti ai loro modelli equivalenti. Se il MOS era un trans-diodo (cioè con G in cc con D) il suo modello equivalente è solo una resistenza da $1/g_n$ tra S e D (e si mantiene il cc tra D e G), ed è sempre in saturazione

Nel caso di stadio differenziale (configurazione a specchio, un NMOS e un PMOS con S in comune) l'analisi di piccolo segnale si divide in altre due sottofasi. Da v_{in_1} e v_{in_2} definiamo

$$v_{cm} = \frac{v_{\text{in}_1} + v_{\text{in}_2}}{2}, \quad v_d = v_{\text{in}_1} - v_{\text{in}_2} \rightsquigarrow \begin{cases} v_{\text{in}_1} = v_{cm} + v_d/2 \\ v_{\text{in}_2} = v_{cm} - v_d/2 \end{cases}$$

e risolviamo quindi il circuito in questi due casi:

(1) $v_{\text{in}_1} = v_d/2 = -v_{\text{in}_2} \qquad i = \frac{g_n}{2} v_d$

(2) $v_{\text{in}_1} = v_{\text{in}_2} = v_{cm} \qquad i = \frac{1}{1/g_n + 2R_{\text{tail}}} v_{cm}$

2.1.1 Funzioni di trasferimento celebri

S a massa, $\frac{v_d}{v_g} = -g_n Z_d$ S non a massa, $\frac{v_d}{v_g} = -\frac{Z_d}{1/g_n + Z_s}$

2.2 Funzioni di trasferimento

Forma standard funzione di trasferimento: $G(s) = \dfrac{\mu}{s^h} \dfrac{\prod_j (1 + s\tau_j)}{\prod_j (1 + sT_j)}$

$-1/\tau_j$ zeri (simbolo $\circ$) $\to +20$ dB Frequenze: $\frac{1}{2\pi K_j}$

$-1/T_j$ poli (simbolo $\times$) $\to -20$ dB

Si parte con pendenza: $-20 \cdot \#$(poli in 0) se ne $\exists$, $+20 \cdot \#$(zeri in 0) se ne $\exists$, 0 altrimenti.

Il guadagno μ lo si calcola vedendo a cosa è asintotica la fdt per $s \to +\infty$, se siamo oltre tutti gli zeri e poli. Altrimenti lo calcoliamo così:

- tenendo sempre tutte le costanti
- trattando $1 + sK_j \overset{s\to 0}{\sim} 1$ se μ è *prima* del polo/zero (è come se fossimo con $s \approx 0$ per lui)
- trattando $1 + sK_j \overset{s\to +\infty}{\sim} sK_j$ se μ è *dopo* al polo/zero (è come se fossimo con s altissime per lui)

Risposta allo scalino:

- valore asintotico: $\bar{y} = G(0) \cdot A$ (con A l'ampiezza dello scalino)
- valore iniziale: la prima derivata non nulla è la r-esima, dove $r = \#(\text{poli}) - \#(\text{zeri})$. Quindi $y^{(k)}(0) = 0 \; \forall 0 \leq k < r \qquad y^{(r)}(0) = s^r G(s)\big|_{s\to+\infty}$
- N numero di estremi è tale che $m_s \leq N \leq m_s + \delta$, dove $m_s = \#$(zeri superiori), $\delta = \#$(zeri male inquadrati)

Check per i calcoli: deve valere che

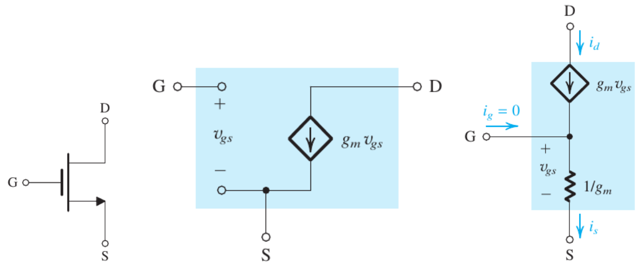
$$\#\text{condensatori} = \#\text{poli} \qquad |\text{poli}| = C \cdot R_{\text{eq vista dal condensatore}}$$

Per calcolare le fdt in sicurezza è comodo scomporle tra più parti, ad esempio con

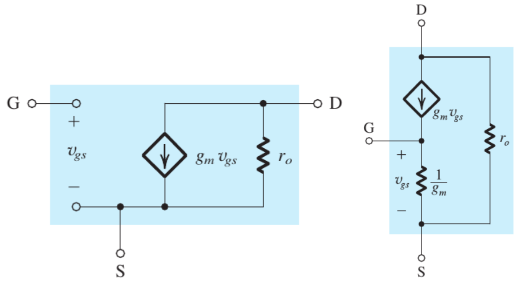
$$\frac{v_{\text{out}}}{v_{\text{in}}} = \frac{v_{g1}}{v_{\text{in}}} \frac{v_{d1}}{v_{g1}} \frac{v_{s1}}{v_{d1}} \frac{v_{\text{out}}}{v_{s1}}$$

e poi ricordare i partitori.

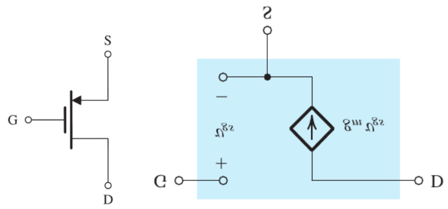
Modello piccolo segnale *senza* r_0; con la seconda struttura che esplicita la resistenza $1/g_n$. Vale per un NMOS, per un PMOS va specchiata: avremo un generatore che fa scorrere la corrente da D a S ma quindi verso l'alto (pecrché ora S è sopra a D), per il resto non cambia nulla.



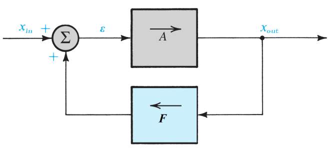
Modello piccolo segnale *con* r_0; con la seconda struttura che esplicita la resistenza $1/g_n$. E r_0 va contato solo se il testo dà λ. Vale come sopra per i PMOS.



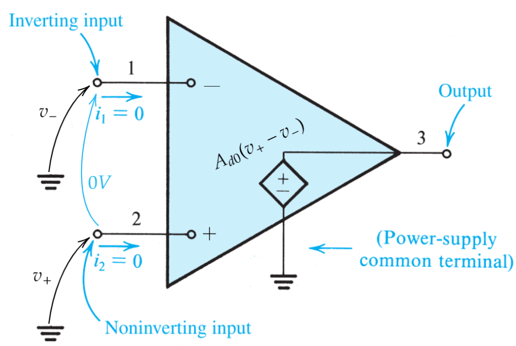
Artigianalata per mostrare che succede col PMOS.



A: blocco di andata, F: blocco di feedback.



Amplificatore. Il "naso del topo" è dove c'è il terminale 3.



Partitore di tensione: nota V sulla serie di resistenze (e impedenze Z), vale che

$$V_x = V\frac{R_x}{R_{\text{eq}}} = V\frac{R_x}{\sum_i R_i} \qquad \left(R_1 || R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)$$

Partitore di corrente: nota I sul parallelo di conduttanze (e ammettenze Y), vale che

$$I_x = I\frac{G_x}{G_{\text{eq}}} = I\frac{G_x}{\sum_i G_i}$$

Ricordando che i condensatori C hanno impedenza $Z_C = \frac{1}{sC}$ o ammettenza $Y_C = sC$. Se poi ho delle resistenze in serie che voglio convertire in conduttanze, prima le sommo per trovare la resistenza equivalente, e poi prendo 1/quello. Per esempio, serie di C e R: $R_{\text{eq}} = R + \frac{1}{sC} \implies G_{\text{eq}} = \frac{1}{\frac{1}{sC} + R}$

Comunque i condensatori sono ca a basse frequenze, normale alle medie (e li tratto con le impedenze), cc alle alte.

3 Amplificatori Operazionali: OPAMP

Di un circuito le fdt A ed F in generale non sono visibili, ma le possiamo ricavare trovando due quantità più comode e sfruttando poi il loro legame con le prime:

$$\mathcal{G}_{\text{id}} = -\frac{1}{F}, \quad \mathcal{G}_{\text{loop}} = AF \qquad \left(\rightsquigarrow \mathcal{G}_{\text{reale}} = \frac{\mathcal{G}_{\text{id}}}{1 - 1/\mathcal{G}_{\text{loop}}} = \frac{A}{1 - \mathcal{G}_{\text{loop}}}, \quad A = A(s) = -\mathcal{G}_{\text{loop}}\mathcal{G}_{\text{id}} \quad \text{guadagno d'andata} \right)$$

Per trovarle servono due passaggi (due sottocircuiti da risolvere):

- $\mathcal{G}_{\text{id}}$. Risolvo un circuito ponendo $v_+ = v_-$ "per la retroazione" e ricavo la fdt. Infine avremo che $v_{\text{out}} = (\mathcal{G}_{\text{id}})v_{\text{in}}$
- $\mathcal{G}_{\text{loop}}$. Risolvo un circuito ausiliario, dove
  - spengo gli ingressi, $v_{\text{in}} = 0$
  - apro l'anello dopo il "naso del topo", e lì dove ho aperto ci metto un segnale v_{test}; che sia su un terminale che entri verso il $(-)$, con la freccia orientata dalla massa verso l'AMP

  Per risolverlo devo trovare v_+ e v_-. Nel loro calcolo *non* posso usare il fatto che ci sono 0V tra i terminali $\pm$ dell'AMP, mentre vale ancora che tra i suoi terminali scorrono 0A. Comunque da loro trovo v_{out}, che in genere dovrebbe essere $A_{d0}(v_+ - v_-)$, e infine avremo che $v_{\text{out}} = (\mathcal{G}_{\text{loop}})v_{\text{test}}$

Nel caso ci siano condensatori considereremo il guadagno dell'operazionale non più con la sola funzione A_{d0} ma ora con $A_d(s) = \dfrac{A_{d0}}{1 + \tau_d s}$ il cui polo è *sempre* il polo da mettere per primo; è quello con frequenza più bassa.

Grafico riassuntivo:

1. Calcolo $\mathcal{G}_{\text{id}}$ e $\mathcal{G}_{\text{loop}}$, da cui trovo $A(s)$; 2. Plotto insieme $A(s)$ e $\mathcal{G}_{\text{id}}$
3. La distanza tra (le pendenze de) i due grafici (fatta proprio puntualmente o su intervalli) mi dà l'andamento di $\mathcal{G}_{\text{loop}}$
4- Il grafico di $\mathcal{G}_{\text{reale}}$ lo ricavo dal minimo tra i due grafici su ogni intervallo

3.1 Configurazioni famose

Ce ne sarebbero altre ma si possono tutte ricavare col metodo descritto sopra. Comunque:

- Configurazione non invertente

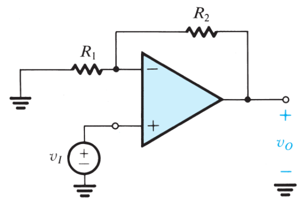
$$\mathcal{G}_{\text{id}} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1} \quad \mathcal{G}_{\text{loop}} = -A_{d0}\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

- Configurazione invertente

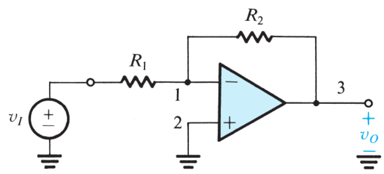
$$\mathcal{G}_{\text{id}} = -\frac{Z_2}{Z_1} \quad \mathcal{G}_{\text{loop}} = -A_{d0}\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

- Se ho due ingressi, v_{in_1} e v_{in_2} conviene usare il PSE

Configurazione non invertente



Configurazione invertente



3.2 Stabilità

Si ha stabilità $\iff \varphi_m > 0$, dove calcoliamo φ_m nella $f_{0\text{dB}}$, cioè nella frequenza in cui il grafico della $\mathcal{G}_{\text{loop}}$ interseca l'asse a 0dB. In quel punto il guadagno è 1.

$$\varphi_m = 2\pi + \sum \measuredangle \mathcal{G}_{\text{loop}}(s)|_{s=f_{0\text{dB}}} = 2\pi + \sum \measuredangle(\text{poli, zeri})|_{s=f_{0\text{dB}}} \qquad \measuredangle(1 + sK) = \arctan(sK/1) \approx \pm\pi/2 \text{ qc}$$

Per trovare tale frequenza si usa la conservazione guadagno-frequenza: vale sempre che

$$|g| \cdot \left(\frac{1}{2\pi\omega}\right)^n = \text{costante} \qquad n = [\#(\text{poli}) - \#(\text{zeri})] \text{ strettamente alla sinistra dell'}\omega\text{ più a destra}$$

Il testo spesso darà come dato un certo GBWP; quella è proprio la costante del prodotto guadagno-frequenza. Utilizzo:

$$\text{GBWP} = \frac{A_{d0}}{2\pi\tau_d} \qquad |g_1| \cdot \left(\frac{1}{2\pi\omega_1}\right)^n = |g_2| \cdot \left(\frac{1}{2\pi\omega_2}\right)^n \quad n \text{ deve essere uguale} \qquad g\big|_{\text{in dB}} = 10^{g/20}\big|_{\text{in lineare}} \quad \text{(conversione)}$$

4 Strumentopoli misteriosi

Eqz sulle variabili del Capitolo Semiconduttori

$$v_{th} = \frac{q\tau_c}{m_{\text{eff}}}E \qquad I = AJ \qquad D = v_d^2\tau_c = v_{th}l \qquad L_n = \sqrt{D_n\tau_n} \quad L_p = \sqrt{D_p\tau_p} \qquad v_n^{\text{diff}} = \frac{D_n}{L_n} \quad v_p^{\text{diff}} = \frac{D_p}{L_p}$$

$$qE = m_{\text{eff}}a \qquad I = GV \quad V = RI \quad \left(G = \sigma\frac{A}{L} \quad R = \rho\frac{L}{A}\right) \qquad V(x) = -\int E(x)dx \qquad E(x) = \int \frac{1}{\varepsilon}\rho(x)dx$$

Prefissi del 10^

Fattore	Nome	Prefisso
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	kilo	k
10^2	etto	h
10^1	deca	da
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a

Costanti fisiche

Variabile, Valore	Udm
$\varepsilon_{\text{si}} = 1 \cdot 10^{-12}$	F/cm
$\varepsilon_{\text{ox}} = 1/3\varepsilon_{\text{si}}$	
$q = 1.6 \cdot 10^{-19}$	C
$n_i = 9.65 \cdot 10^9$	cm^{-3}
$V_T = 26 \cdot 10^{-3}$	V
$\mu_{n,\text{si}} = 1350$	cm^2/Vs
$\mu_{p,\text{si}} = 480$	cm^2/Vs
$k = 1.38 \cdot 10^{-23}$	$\text{m}^2\ \text{kg}\ \text{s}^{-2}\ \text{K}^{-1}$
$1\ \mu\text{m} = 1 \cdot 10^{-4}$ cm	

Unità di misura

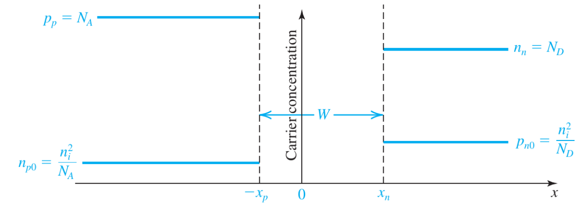
Variabile	Udm
C_{ox}	F/cm^2
ρ	Ωcm
μ	$\text{cm}^2/(\text{Vs})$

5 Diodi e giunzione pn

La giunzione pn si ottiene accostando due silici, uno drogato p e l'altro drogato n.

1. Data la differenza di concentrazioni tra lacune e elettroni nasce una corrente di diffusione da p verso n
2. I portatori diffusi si ricombinano in fretta lasciando una zona in cui ci sono solo le cariche dei droganti (hp di svuotamento completo): la zona di carica spaziale (ZCS), dove nasce quindi un campo elettrico da n verso p
3. Il campo elettrico genera quindi una corrente di deriva, da n verso p.

Concentrazioni all'equilibrio



5.1 Giunzione all'equilibrio, $V_{\text{est}} = 0$

Qui le correnti si eguagliano, $J_{\text{diff}} = J_{\text{drift}}$. La barriera di potenziale è data dalla V_{bi}, V built in, data da

$$V_{\text{bi}} = V_T \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$$

Dalla neutralità delle cariche segue che (A è la superficie della giunzione)

$$Q_+ = qAx_nN_D = |Q_-| = qAx_pN_A \implies N_Dx_n = N_Ax_p$$

$$Q_+ = |Q_-| = Q_J = Aq\left(\frac{N_AN_D}{N_A+N_D}x_{\text{dep}}\right)$$

La ZCS insiste sulla regione meno drogata. La sua estensione è

$$x_{\text{dep}} = x_n + x_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon_{\text{si}}}{q}\left(\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}\right)V_{\text{bi}}}$$

$$\implies x_n = x_{\text{dep}}\frac{N_A}{N_A+N_D} \qquad x_p = x_{\text{dep}}\frac{N_D}{N_A+N_D}$$

La pendenza del campo elettrico nei due tratti è

$$\frac{-qN_A}{\varepsilon_{\text{si}}} \qquad \frac{+qN_D}{\varepsilon_{\text{si}}}$$

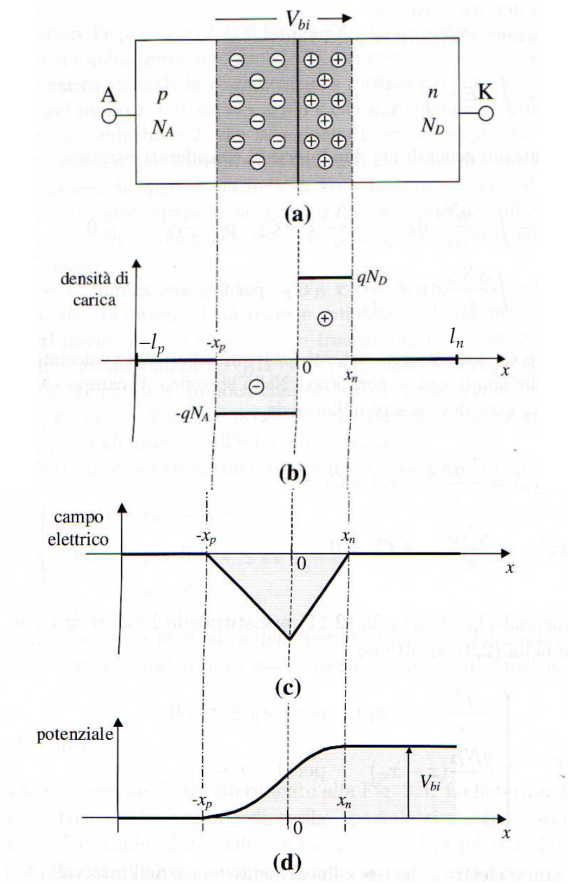
E il suo massimo è in 0, dato da

$$E_{\max} = \frac{qN_D}{\varepsilon}x_n = \frac{-qN_A}{\varepsilon}x_p$$

Vale inoltre che (detta $\mathcal{A}_{\triangle E}$ l'area sottesa dal campo elettrico)

$$\mathcal{A}_{\triangle E} = \frac{1}{2}x_{\text{dep}}|E_{\max}| = V_{\text{bi}} - V_{\text{est}}$$

Giunzione pn all'equilibrio



5.2 Giunzione fuori equilibrio, $V_{\text{est}} \neq 0$

Convenzione: $V_{\text{est}} : n \to p$. A seconda del segno di V_{est} si alza o si abbassa la barriera di potenziale.

Polarizzazione inversa quando $V_{\text{est}} < 0$, sale la barriera di potenziale. La ZCS si allarga, $x_{\text{dep}} \uparrow$. Le formule si aggiornano con $V_{\text{bi}} \mapsto V_{\text{bi}} + V_{\text{est}}$, e $J_{\text{diff}} \downarrow$.

Polarizzazione diretta quando $V_{\text{est}} > 0$, scende la barriera di potenziale. La ZCS si stringe, $x_{\text{dep}} \downarrow$. Le formule si aggiornano con $V_{\text{bi}} \mapsto V_{\text{bi}} - V_{\text{est}}$, per esempio

$$x_{\text{dep}} = x_n + x_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon_{\text{si}}}{q}\left(\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}\right)(V_{\text{bi}} - V_{\text{est}})}$$

Ora $J_{\text{diff}} \uparrow$, cioè aumenta la diffusione dei portatori. Le concentrazioni dei minoritari all'equilibrio erano

$$p_{n0} = p_{p0}e^{-V_{\text{bi}}/V_T} = N_Ae^{-V_{\text{bi}}/V_T} \qquad \left(p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D}\right)$$

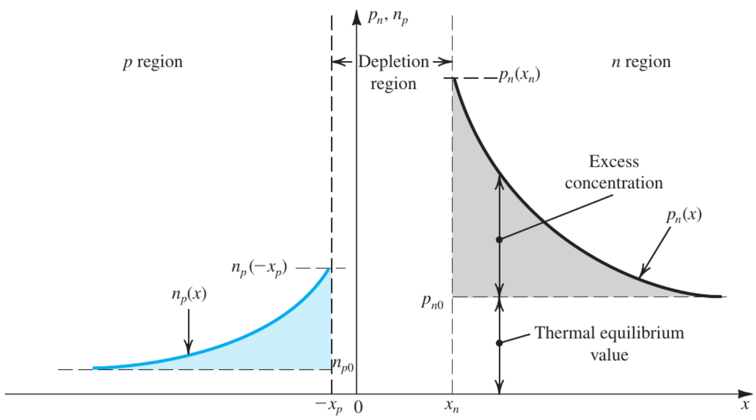
$$n_{p0} = n_{n0}e^{-V_{\text{bi}}/V_T} = N_De^{-V_{\text{bi}}/V_T} \qquad \left(n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A}\right)$$

mentre ora saranno

$$p_n(x_n) = N_Ae^{-(V_{\text{bi}}-V_{\text{est}})/V_T} = p_{n0}e^{V_{\text{est}}/V_T} \iff p_n'(x_n) = p_{n0}(e^{V_{\text{est}}/V_T} - 1)$$

$$n_p(-x_p) = N_De^{-(V_{\text{bi}}-V_{\text{est}})/V_T} = n_{p0}e^{V_{\text{est}}/V_T} \iff n_p'(-x_p) = n_{p0}(e^{V_{\text{est}}/V_T} - 1)$$

Esempio distribuzione dei minoritari nella polarizzazione diretta (basi lunghe)



Nel caso saltassero fuori, con n' e p' si intendono le concentrazioni in eccesso: $n_p' = n_p - n_{p0}$, $p_n' = p_n - p_{n0}$. Vale che

$$p'(x_n) = p(x_n) - p_{n0} = p_{n0}(e^{V_{\text{est}}/V_T} - 1) \qquad n'(-x_p) = n(-x_p) - n_{p0} = n_{p0}(e^{V_{\text{est}}/V_T} - 1)$$

Per ricavare finalmente l'eqz per la corrente dobbiamo distinguere tra due casi: base lunga e base corta. Definiamo l_n' ed l_p' le estensioni delle zone neutre (ZN): $l_n' = l_n - x_n$, $l_p' = -(l_p - x_p)$.

5.2.1 Basi lunghe

Quando $l'_n \gg L_p$, $l'_p \gg L_n$. In questo caso i minoritari hanno spazio per decadere in modo esponenziale, e le loro concentrazioni sono date da

$$p_n(x) = p_{n0} + p_{n0}(e^{V_{\text{est}}/V_T} - 1)e^{-(x-x_n)/L_p} \quad \text{per } x > x_n \implies J_p(x) = q\frac{D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{N_D}(e^{V_{\text{est}}/V_T} - 1)e^{-(x-x_n)/L_p}$$

$$n_p(x) = n_{p0} + n_{p0}(e^{V_{\text{est}}/V_T} - 1)e^{(x+x_p)/L_n} \quad \text{per } x < -x_p \implies J_n(x) = q\frac{D_n}{L_n}\frac{n_i^2}{N_A}(e^{V_{\text{est}}/V_T} - 1)e^{(x+x_p)/L_n}$$

La somma dei due contributi di corrente genera una corrente totale J_D costante in ogni punto, e pari a

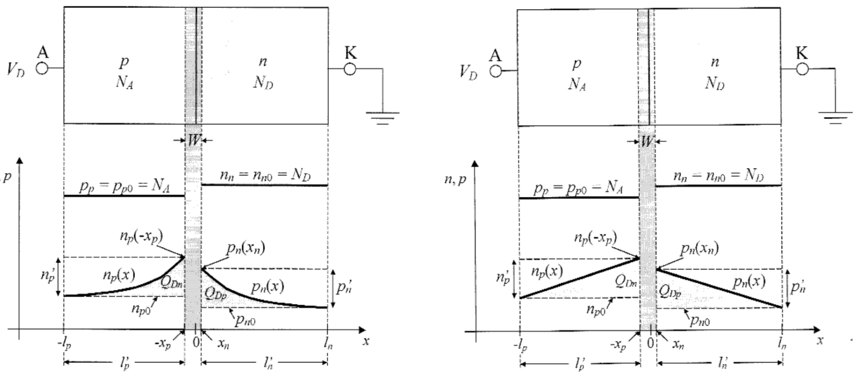
$$J_D = J_p + J_n = q\left(\frac{D_p}{L_p}\frac{n_i^2}{N_D} + \frac{D_n}{L_n}\frac{n_i^2}{N_A}\right)(e^{V_{\text{est}}/V_T} - 1)$$

5.2.2 Basi corte

Quando $L_p > l'_n$, $L_n > l'_p$. In questo caso non c'è ricombinazione dei portatori iniettati (nelle zone neutre). Le concentrazioni e le correnti sono date da

$$n_p(l_p) = n_{p0} \quad n_p(x) = n_{p0}e^{V_{\text{est}}/V_T}\left(1 + \frac{x + x_p}{l'_p}\right)$$

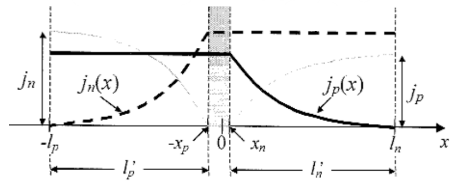
$$p_n(l_n) = p_{n0} \quad p_n(x) = p_{n0}e^{V_{\text{est}}/V_T}\left(1 - \frac{x - x_n}{l'_n}\right)$$



Basi lunghe ↖ e basi corte ↗. Andamento della corrente nelle basi lunghe ↓

$$\implies J_p(x) = J_p = q\frac{D_p}{l'_n}\frac{n_i^2}{N_D}(e^{V_{\text{est}}/V_T} - 1) = q\frac{D_p}{l'_n}p'_n(x_n)$$

$$J_n(x) = J_n = q\frac{D_n}{l'_p}\frac{n_i^2}{N_A}(e^{V_{\text{est}}/V_T} - 1) = q\frac{D_n}{l'_p}n'_p(-x_p)$$



quindi le correnti sono costanti, come anche la corrente totale di conseguenza

$$J_D = J_p + J_n = q\left(\frac{D_p}{l'_n}\frac{n_i^2}{N_D} + \frac{D_n}{l'_p}\frac{n_i^2}{N_A}\right)(e^{V_{\text{est}}/V_T} - 1)$$

Altra forma (con τ_{tr} i tempi di transito dei minoritari):

$$J_n = \frac{|Q_{Dn}|}{\tau_{\text{tr},n}} \qquad Q_{Dn} = \begin{cases} q\frac{n_i^2}{N_A}(e^{V_{\text{est}}/V_T} - 1)L_n & \text{se BL} \\ q\frac{n_i^2}{N_A}(e^{V_{\text{est}}/V_T} - 1)\frac{1}{2}l'_p & \text{se BC} \end{cases} \qquad \tau_{\text{tr},n} = \begin{cases} \tau_n & \text{se BL} \\ \frac{l_p'^2}{2D_n} & \text{se BC} \end{cases}$$

$$J_p = \frac{|Q_{Dp}|}{\tau_{\text{tr},p}} \qquad Q_{Dp} = \begin{cases} q\frac{n_i^2}{N_D}(e^{V_{\text{est}}/V_T} - 1)L_p & \text{se BL} \\ q\frac{n_i^2}{N_D}(e^{V_{\text{est}}/V_T} - 1)\frac{1}{2}l'_n & \text{se BC} \end{cases} \qquad \tau_{\text{tr},p} = \begin{cases} \tau_p & \text{se BL} \\ \frac{l_n'^2}{2D_p} & \text{se BC} \end{cases}$$

Comunque potremmo avere un mix, con basi diverse da un lato e dall'altro. In tal caso aggiorneremo in modo opportune le $l^\star$. Quindi calcoliamo $L_{n,p}$ e confrontandole con $l'_{n,p}$ capiamo che $l^\star$ usare.

$$J_D = J_p + J_n = q\left(\frac{D_p}{l_p^\star}\frac{n_i^2}{N_D} + \frac{D_n}{l_n^\star}\frac{n_i^2}{N_A}\right)(e^{V_{\text{est}}/V_T} - 1) \qquad l_p^\star = \begin{cases} L_p & \text{basi lunghe} \\ l'_n & \text{basi corte} \end{cases} \qquad l_n^\star = \begin{cases} L_n & \text{basi lunghe} \\ l'_p & \text{basi corte} \end{cases}$$

5.3 Effetti capacitivi nella giunzione *pn*

Capacità di giunzione C_j e di diffusione C_{Dn}, C_{Dp}.

$$C_j = \frac{\varepsilon_{\text{si}}}{x_{\text{dep}}}A \qquad C_{Dn} = \begin{cases} \frac{|Q_{Dn}|}{V_T} = \frac{J_n\tau_n}{V_T} & \text{se BL} \\ \frac{|Q_{Dn}|}{V_T} = \frac{J_n\tau_{\text{tr},n}}{V_T} & \text{se BC} \end{cases} \qquad C_{Dp} = \begin{cases} \frac{|Q_{Dp}|}{V_T} = \frac{J_p\tau_p}{V_T} & \text{se BL} \\ \frac{|Q_{Dp}|}{V_T} = \frac{J_p\tau_{\text{tr},p}}{V_T} & \text{se BC} \end{cases} \qquad C_{D,\text{tot}} = C_{Dp} + C_{Dn}$$

5.4 Revisione delle approssimazioni fatte

Svuotamento completo: è tanto più corretta quanto una variabile detta L_D, lunghezza di Debye, è piccola. Vale che $L_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_{\text{si}}V_T}{qN_{D||A}}}$

L'approssimazione delle ZN ci sta ma in realtà non sono del tutto neutre, c'è una tensione $\Delta V_{ZN} = V_T e^{(V_{\text{est}} - V_{\text{bi}})/V_T}$

5.5 Potenziali intrinseci

Potenziale intrinseco del Si^p e del del Si^n:

$$\varphi_p = -V_T \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) \qquad \varphi_n = +V_T \ln\left(\frac{N_D}{n_i}\right) \qquad \implies V_{\text{bi}} = \varphi_p - \varphi_n$$

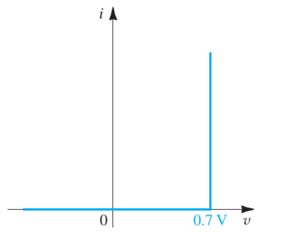
6 Circuiti con diodi

Circuiti con condensatori. Equazione caratteristica: $i_C = C\frac{dv_C}{dt}$, v_C è sempre continua, i_C non necessariamente. Per trovare v_C: supporre che abbia un andamento esponenziale; calcolare v_{C0}, $v_{C\infty}$ (si cerca v_C con C che è diventato un ca), $\tau = CR_{(\text{eq vista dal C})} = CR_{(\text{eq Thv})}$

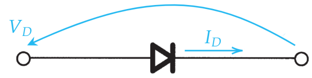
- Se tutto tranquillo $\implies$ slz exp: $v_C(t) = v_{C\infty} + (v_{C0} - v_{C\infty})e^{-t/\tau}$
- Se $\nexists\, v_{C\infty}, \tau \implies$ slz lineare: $v_C(t) = \frac{A_{\text{Nrt}}}{C}t + v_{C0}$
- Se $\tau = 0 \implies$ slz degenere: $v_C(t) = E_{\text{Thv}}$

6.1 Analisi di circuiti con diodi

Se $V_D < V_\gamma \implies I_D = 0A \rightsquigarrow$ D OFF, diventa un ca.
Se $V_D = V_\gamma \implies I_D > 0A \rightsquigarrow$ D ON, diventa un GV che impone $V_\gamma = 0.7$V e corrente $I_D > 0$A.



Non può accadere $V_D > V_\gamma$, perché il diodo quando è ON limita la tensione ai suoi capi.
Un solo diodo. Il metodo di soluzione quando si ha un solo diodo è studiare il bordo di conduzione BC: imponiamo $V_D = 0.7$V, $I_D = 0$A e troviamo la tensione $V_{\text{in}}|_{\text{BC}}$ che garantisce ciò. Dopodiché cerchiamo di capire cosa accade per $V_{\text{in}} > V_{\text{in}}|_{\text{BC}}$ e $V_{\text{in}} < V_{\text{in}}|_{\text{BC}}$, guardando dove la corrente vuole scorrere (seguendo l'orientazione data da V_{in} e vedere se quel verso accoglie le preferenze del diodo; se ho più di un GV il verso della corrente dipende da quello più forte).
Più diodi. Il metodo ora è di capire a seconda della V_{in} quali diodi saranno sicuramente accesi e quali sicuramente spenti. In tal modo si arriva a trattare un singolo diodo acceso (avendo identificato gli altri spenti) e studiamo quindi il suo BC; e poi quello degli altri.



7 Semiconduttori

I semiconduttori sono materiali con proprietà intermedie tra quelle degli isolanti e dei conduttori. Hanno una struttura cristallina con periodicità tridimensionale.

- a $T \approx 0$ K si comportano come isolanti, non c'è energia per rompere i legami covalenti
- a $T > 0$ K si comportano come conduttori (migliori quando $T \uparrow$), perché grazie all'agitazione termica c'è sufficiente energia per rompere i legami.

Rompendo i legami si libera un elettrone, e^- di carica $-q$, che può vagare nel semiconduttore, e tale elettrone si lascia dietro una "carica" positiva detta lacuna, h^+ di carica $+q$. Insieme sono detti *portatori*. Quando si incontrano si *ricombinano*, riformando il legame covalente da cui erano nati. Mentre diremo che si *generano* (una coppia e^-, h^+) quando si rompe un legame covalente. Definiamo n, p le concentrazioni di elettroni e lacune; G e R i tassi di generazione e ricombinazione; n_i la concentrazione di elettroni e lacune nel silicio intrinseco. All'equilibrio vale sempre (cioè per silici intrinseci ed estrinseci) che: $np = n_i^2 \iff (\#e^-)(\#h^+) = \text{costante} \qquad G = R$

Fuori equilibrio riguardo ai due tassi vale invece che: $G - R = \Big|_n -\dfrac{n'(x)}{\tau_n} = -\dfrac{n(x) - n_{p0}}{\tau_n} \qquad G - R = \Big|_p -\dfrac{p'(x)}{\tau_p} = -\dfrac{p(x) - p_{n0}}{\tau_p}$

La prima è detta legge di azione di massa. Parliamo di **silicio intrinseco** quando è puro, ha solo atomi di silicio, e lì vale che $n = p = n_i$. Parliamo di **silicio estrinseco** o drogato quando vengono aggiunte impurità (altri elementi) nel cristallo di silicio.

Silicio drogato n. Detta N_D la concentrazione degli atomi *donatori* (es. P), sono atomi che si ionizzano in $(+)$ e che cedono un e^-. Se $N_D \gg n_i$ allora

$$n_n = N_D \quad p_n = \frac{n_i^2}{n_n} = \frac{n_i^2}{N_D}$$

Silicio drogato p. Detta N_A la concentrazione degli atomi *accettori* (es. B), sono atomi che si ionizzano in $(-)$ e che cedono un h^+. Se $N_A \gg n_i$ allora

$$p_p = N_A \quad n_p = \frac{n_i^2}{p_p} = \frac{n_i^2}{N_A}$$

Notazione (esempio della): p_n concentrazione di p dal lato (silicio di tipo) n. Oltre alla legge di azione di massa può essere comodo negli esercizi metterla a sistema con la legge di neutralità della carica: $n + N_A = p + N_D$.

7.1 Flussi di corrente

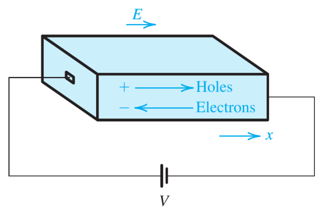
Corrente di deriva (drift). Si ha quando c'è un campo elettrico E, per via del quale le lacune sono accelerate nella direzione concorde ad E, mentre gli elettroni nella direzione opposta. Definiamo

- J densità di corrente
- σ conducibilità
- ρ resistività
- μ mobilità
- D diffusività
- v_{th} velocità della particella dovuta all'agitazione termica
- τ_c tempo medio tra due urti
- l cammino medio tra due urti
- I corrente, superficie per densità di corrente
- V_T tensione termica
- L lunghezza di diffusione

I portatori acquistano delle velocità, da cui si ricavano le densità di corrente

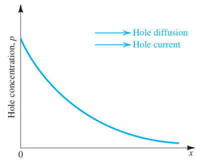
$$v_n^{\text{drift}} = -\mu_n E \quad v_p^{\text{drift}} = \mu_p E \qquad \rightsquigarrow \qquad J_n^{\text{drift}} = qn\mu_n E \quad J_p^{\text{drift}} = qn\mu_p E$$

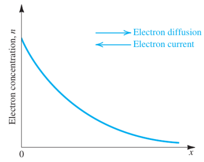
$$\implies J_{\text{tot}}^{\text{drift}} = J_n^{\text{drift}} + J_p^{\text{drift}} = \sigma E = \frac{1}{\rho}E \qquad \sigma = \frac{1}{\rho} = q(p\mu_p + n\mu_n) \approx \begin{cases} qp\mu_p & \text{se Si}^p \\ qn\mu_n & \text{se Si}^n \end{cases}$$



Corrente di diffusione (diff). Si ha quando c'è un gradiente di concentrazione di elettroni o lacune.

$$J_n^{\text{diff}} = qD_n\frac{dn(x)}{dx} \qquad J_p^{\text{diff}} = -qD_p\frac{dp(x)}{dx}$$





Deriva e diffusione insieme:

$$J_n^{\text{tot}} = J_n^{\text{drift}} + J_n^{\text{diff}} = qn\mu_n E + qD_n\frac{dn(x)}{dx} \qquad J_p^{\text{tot}} = J_p^{\text{drift}} + J_p^{\text{diff}} = qp\mu_p E - qD_p\frac{dp(x)}{dx}$$

Verso della corrente (in generale): concorde con lo spostamento delle lacune, che equivale a opposto allo spostamento degli elettroni.

7.2 Relazione di Einstein

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = V_T = \frac{kT}{q}$$

Inoltre (collegata a V_T) c'è la relazione tra concentrazione e potenziale elettrico, valida solo all'equilibrio.

$$n(x) = n(0) \cdot e^{V(x)/V_T} = n(0) \cdot e^{-E_n^{\text{cin}}(x)/V_T} \qquad p(x) = p(0) \cdot e^{-V(x)/V_T}$$

Se la giunzione è simmetrica ($N_A = N_D$) allora la tensione (V_{bi} e V_{est}) si equipartisce tra zona n e zona p. Per esempio in tal caso le concentrazioni alla giunzione sono date da: $n(0) = N_D e^{-(V_{\text{bi}} - V_{\text{est}})/(2V_T)} = N_A e^{-(V_{\text{bi}} - V_{\text{est}})/(2V_T)} = p(0)$